## Реферат на тему: «Метод сплайн-коллокаций».

# Подготовил Михайлов Денис

Группы Б8117-02.03.01

Введение.

В данном реферате будет представлено решение краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка методом сплайн-коллокаций, а также описание данного метода.

Формулировка задачи и описание метода.

Пусть требуется найти решение уравнения:

Удовлетворяющее краевым условиям:

Введем на сетку Будем искать приближенное решение задачи в виде кубического сплайна класса с узлами на сетке .

Потребуем, чтобы сплайн удовлетворял уравнению в точках *(условия коллокации),* и краевым условиям :

Соотношения представляют собой систему алгебраических уравнений относительно параметров сплайна. Точки называются *узлами коллокации.* Их количество определяется размерностью пространства сплайнов класса , которая равна . Так как удовлетворяет двум граничным условиям , то количество узлов коллокации должно быть равно . Их расположение на отрезке не может быть произвольным, поэтому мы предполагаем, что узлы коллокации упорядочены: .

Будем называть разностную схему для задачи (1), (2) эквивалентной схеме метода сплайн-коллокации, если получающиеся в процессе их реализации значения приближенного решения в узлах сетки совпадают.

Простейшие схемы метода сплайн-коллокации получаются, когда узлы коллокации выбираются совпадающими с узлами сплайна: В этом случае систему можно преобразовать в эквивалентную разностную схему.

Пусть в уравнении

Обозначим . Сплайн при определяется формулой:

В которой величины следует заменить на . Из имеем:

Где Имеем соотношение:

Вычисляя величины из и подставляя их в соотношение (7), получаем:

Где:

Далее, из формулы:

Используем вытекающие из нее выражение для , в уравнениях и, учитывая , находим:

Уравнения образуют разностную схему для решения задачи . Пусть выполнены условия:

Нетрудно видеть, что в этом случае система при произвольной сетке имеет матрицу с диагональным преобладанием и, следовательно, она однозначно разрешима.

Таким образом, реализация метода сплайн-коллокаций фактически сведена к реализации разностной схемы. Методом прогонки из системы вычисляются неизвестные Определяя затем из соотношений величины , получаем приближенное решение задачи в виде кубического сплайна .

ПРИМЕЧАНИЕ. Всюду предполагается, что двухточечная краевая задача имеет единственное решение .

# Пример.

Рассмотрим задачу:

Решение задачи будем искать в виде сплайна:

В качестве узлов коллокации возьмем следующие точки:

Использовав метод сплайн-коллокаций, получаем следующее решение задачи: